تصحيح الإمتحان التجريبي الأقسام التحضيرية ابن غازي 2016:

شعبة العلوم الفيزيائية

التمرين الأول:

1-

A : " الكرتان المسحوبتان من نفس اللون "
B : " جداء العددين المسجلين على الكرتين منعدم "

عندما نسحب من الكيس كرتين في آن واحد فإن كون امكانيات هذه التجربة العشوائية معرف بـ $card(\Omega) = C_8^2 = 28$.

و لدينا كذلك C_6^2 امكانية للحصول على كرتين بيضاوين.

و لدينا كذلك C_2^2 امكانية للحصول على كرتين سوداوين.

إذن احتمال الحصول على كرتين من نفس اللون يساوي :

$$\begin{aligned} p(A) &= p(\text{الكرتان من نفس اللون}) \\ &= p(\text{بيضاوين أو سوداوين}) \\ &= p(\text{بيضاوين}) + p(\text{سوداوين}) \\ &= \frac{card(\text{بيضاوين})}{card(\Omega)} + \frac{card(\text{سوداوين})}{card(\Omega)} \\ &= \frac{C_6^2}{28} + \frac{C_2^2}{28} = \frac{15}{28} + \frac{1}{28} = \frac{16}{28} = \boxed{\frac{4}{7}} \end{aligned}$$

لحساب احتمال الحدث B نستعمل تقنية الحدث المضاد : $p(B) = 1 - p(\bar{B})$

$$\begin{aligned} p(\text{الجداء منعدم}) &= 1 - p(\text{الجداء غير منعدم}) \\ &= 1 - p(\text{الكرتان تخالفان الصفر معا}) \\ &= 1 - \frac{card(\text{الكرتان تخالفان الصفر معا})}{card(\Omega)} \\ &= 1 - \frac{C_4^2}{28} = 1 - \frac{6}{28} = \frac{22}{28} = \boxed{\frac{11}{14}} \end{aligned}$$

نقصد بقانون احتمال متغير عشوائي احتمال كل قيمة من قيم هذا المتغير العشوائي. في هذا السؤال لا تهمنا ألوان الكرات بل الأعداد التي تحملها.

عندما نسحب كرتين من الكيس فإن الإمكانيات الخمس التي يمكن الحصول عليها هي كالتالي : 00 أو 01 أو 02 أو 11 أو 21 .

بما أن المتغير العشوائي X يربط كل سحبة بمجموع العددين اللذين تحملهما الكرتان المسحوبتان فإن القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X هي 0 و 1 و 2 و 3 . أي بتعبير آخر : $X(\Omega) = \{0; 1; 2; 3\}$

لنحسب الآن احتمال كل قيمة من هذه القيم :

$$p[X=0] = p(\text{الكرتان تحملان معا الصفر}) = \frac{card(\text{الكرتان تحملان معا الصفر})}{card(\Omega)} = \frac{C_4^2}{28} = \frac{6}{28} = \boxed{\frac{3}{14}}$$

$$p[X=1] = p(\text{إحداهما تحمل 0 و الاخرى 1}) = \frac{card(\text{إحداهما تحمل 0 و الاخرى 1})}{card(\Omega)} = \frac{C_4^1 \times C_3^1}{28} = \frac{4 \times 3}{28} = \boxed{\frac{3}{7}}$$

$$p[X=2] = p(1+1 \text{ أو } 2+0) = p(1+1) + p(2+0) = p(\text{الكرتان تحملان معا 1}) + p(\text{احداهما 0 و الاخرى 2})$$

$$= \frac{card(\text{الكرتان تحملان معا 1})}{card(\Omega)} + \frac{card(\text{احداهما 0 و الاخرى 2})}{card(\Omega)}$$

$$= \frac{C_3^2}{28} + \frac{C_4^1 \times C_1^1}{28} = \frac{3}{28} + \frac{4}{28} = \frac{7}{28} = \boxed{\frac{1}{4}}$$

$$\begin{aligned} p[X=3] &= p(\text{احداهما 1 و الاخرى 2}) \\ &= \frac{card(\text{إحداهما تحمل 1 و الاخرى 2})}{card(\Omega)} \\ &= \frac{C_3^1 \times C_1^1}{28} = \boxed{\frac{3}{28}} \end{aligned}$$

إذن قانون احتمال المتغير العشوائي X هو التطبيق P_X المعرف بما يلي :

$$P_X : \{0;1;2;3\} \rightarrow [0;1]$$

$$\boxed{\begin{aligned} P_X(0) &= \frac{3}{14} \\ P_X(1) &= \frac{3}{7} \\ P_X(2) &= \frac{1}{4} \\ P_X(3) &= \frac{3}{28} \end{aligned}}$$

التمرين الثاني:

-1

لنحل في $\mathbb{C}$ المعادلة (E) التالية : $(E): z^2 - 8z + 17 = 0$

لدينا : $\Delta = (-8)^2 - 4 \times 17 = -4 = (2i)^2$

إذن المعادلة تقبل حلين عقديين z_1 و z_2 :

$$z_1 = \frac{8-2i}{2} = 4 - i \quad \text{و} \quad z_2 = \frac{8+2i}{2} = 4 + i$$

2-أ

لدينا حسب المعطيات : $\begin{cases} aff(A) = a = 4+i \\ aff(B) = b = 8+3i \\ aff(M) = z \\ aff(M') = z' \\ aff(\Omega) = \omega = 1+2i \end{cases}$

و لدينا كذلك الدوران $\mathcal{R}$ معرف بما يلي :

$$\begin{aligned} \mathcal{R}\left(\Omega, \frac{3\pi}{2}\right) : \quad (\mathcal{P}) &\mapsto (\mathcal{P}) \\ M(z) &\mapsto M'(z') \end{aligned}$$

و ننطلق من المعلومة التالية : $\mathcal{R}(M) = M'$

و منه حسب التعريق العقدي للدوران $\mathcal{R}$ نحصل على :

$$(z' - \omega) = e^{\frac{i3\pi}{2}}(z - \omega)$$

يعني : $z' - (1+2i) = \left(\cos\left(\frac{3\pi}{2}\right) + i\sin\left(\frac{3\pi}{2}\right)\right)\left(z - (1+2i)\right)$

يعني : $z' - 1 - 2i = (0 - 1i)(z - 1 - 2i)$

يعني : $z' - 1 - 2i = -iz + i - 2$

يعني : $z' = -iz + 3i - 1$

2-ب

ليكن العدد العقدي c لحق النقطة C .

لدينا حسب المعطيات : $\mathcal{R}(A) = C$

إذن حسب التعريف العقدي للدوران $\mathcal{R}$ نحصل على :

$$(c-\omega) = e^{\frac{i3\pi}{2}}(a-\omega)$$

و هذا يعني أن : $c - 1 - 2i = -i(4 + i - 1 - 2i)$

أي : $c - 1 - 2i = -i(3 - i)$

إذن : $c = -3i - 1 + 1 + 2i$ يعني : $c = -i$

2-ج

لدينا : $(b-c) = (8+3i) - (-i) = 8 + 4i = 2(4+2i)$

إذن : $\boxed{(b-c) = 2(a-c)}\ (*)$

نستغل إذن هذه المتساوية $(*)$ لكي نبرهن على أن النقط

A و B و C نقط مستقيمية .

لدينا حسب النتيجة $(*)$: $(b-c) = 2(a-c)$

نضرب طرفي هذه المتساوية في العدد العقدي الغير المنعدم $\dfrac{1}{a-c}$

نحصل على :

$$\left(\frac{b-c}{a-c}\right) = 2 \in \mathbb{R}$$

التمرين الثالث:

1-أ

لدينا $\overrightarrow{OA}(1;-1;3)$ و لتكن $M(x,y,z)$ نقطة من المستقيم (OA) .

إذن المتجهتان $\overrightarrow{OM}$ و $\overrightarrow{OA}$ مستقيميتان .

و منه يوجد عدد حقيقي t بحيث $\overrightarrow{OM} = t\,\overrightarrow{OA}$. يعني : $\begin{cases} x = t \\ y = -t \\ z = 3t \end{cases}$

و هذا تمثيل بارامتري للمستقيم (OA) .

1-ب

نضع : $(Q) : ax + by + cz + d = 0$

(Q) مستوى معرف بمعلومتين و هما : $\begin{cases} (OA) \perp (Q) \\ A \in (Q) \end{cases}$.

بما أن $(OA) \perp (Q)$ فإن $\overrightarrow{OA}(1;-1;3)$ متجهة منظمية على (Q) .

و منه نأخذ : $(a,b,c) = (1;-1;3)$

و لدينا كذلك : $A \in (Q)$ إذن : $1 - (-1) + 9 + d = 0$ أي : $d = -11$

و بالتالي : $(Q) : x - y + 3z - 11 = 0$

1-ج

لدينا : $\begin{cases} (P) : x - y + 3z = 0 \\ (Q) : x - y + 3z - 11 = 0 \end{cases}$

نلاحظ أن $\vec{n}(1;-1;3)$ متجهة منظمية على كل من المستويين (P) و (Q)

إذن : $(P) \parallel (Q)$

2-أ

لدينا $(\mathcal{S})$ فلكة مركزها Ω و مماسة للمستوى (Q) في النقطة A .

إذن : $(\Omega A) \perp (Q)$.

و لدينا حسب السؤال 1) ب) : $(OA) \perp (Q)$

نستنتج إذن أن المستقيمان (Ω) و (OA) عموديان على نفس المستوى (Q) و لهما نقطة مشتركة A .

إذن : (ΩA) و (OA) منطبقان .

أو بتعبير آخر : النقط A و Ω و O نقط مستقيمية .

و منه : $\Omega(a,b,c) \epsilon (OA)$

و نعلم أن : $(OA) : \begin{cases} x = t \\ y = -t \\ z = 3t \end{cases} \; ; \; (t\epsilon\mathbb{R})$

إذن : $\begin{cases} a = t \\ b = -t \\ c = 3t \end{cases}$ و بالتالي : $b = -a$ و $c = 3a$

2-ب

نلاحظ في البداية أن : $\Omega A = \Omega M =$ شعاع $(\mathcal{S})$ لأن $M\epsilon(\mathcal{S})$ و $A\epsilon(\mathcal{S})$

إذن بتطبيق قاعدة فيتاغورس في المثلث $O\Omega M$ القائم الزاوية في O نحصل على : $\Omega M^2 = \Omega O^2 + OM^2$

يعني : $\Omega A^2 = \Omega O^2 + 33$ إذن : $\Omega A^2 - \Omega O^2 = 33$

$$((1-a)^2 + (-1-b)^2 + (3-c)^2) - (a^2+b^2+c^2) = 33$$

نعوض b بالعدد $-a$ و نعوض c بالعدد $3a$ نحصل على :

$$((1-a)^2 + (1-a)^2 + (3-3a)^2) - (11a^2) = 33$$

إذن : $11(1-a)^2 - 11a^2 = 33$

يعني : $11(1+a^2-2a) - 11a^2 = 33$

يعني : $11 - 22a = 33$ يعني : $-22a = 22$ أي : $a = -1$

و بالتالي : $a - b + 3c = a - (-a) + 3(3a) = 11a = -11$

يعني : $a - b + 3c = -11$

2-ج

لدينا : $b = -a$ و $c = 3a$ و $a = -1$. إذن : $\Omega(-1;1;-3)$

ليكن r شعاع الفلكة $(\mathcal{S})$. أقترح في الإجابة طريقتين :

الطريقة الأولى :

لدينا : $A\epsilon(\mathcal{S})$ إذن :

$$r = \Omega A = \sqrt{(2)^2 + (-2)^2 + (6)^2} = \sqrt{44} = \sqrt{4\times 11} = 2\sqrt{11}$$

الطريقة الثانية :

لدينا : $\Omega(-1;1;-3)$ و $(\mathcal{S})$ مماسة للمستوى (Q).

إذن : $r = d(\Omega,(Q)) = \dfrac{|-1-1-9-11|}{\sqrt{1^2+(-1)^2+3^2}} = \dfrac{22}{\sqrt{11}} = 2\sqrt{11}$

التمرين الرابع:

1-

نعتبر العبارة (P_n) المعرفة بما يلي : $(P_n)\ :\ (\forall n\epsilon\mathbb{N})\ ;\ u_n - 1 > 0$

لدينا : $2-1>0$ إذن : $u_0 - 1 > 0$. يعني : العبارة (P_0) صحيحة .

نفترض أن : $u_n - 1 > 0$;

لدينا : $u_{n+1} - 1 = \dfrac{3u_n - 1}{2u_n} - 1 = \dfrac{3u_n - 1 - 2u_n}{2u_n} = \dfrac{u_n - 1}{2u_n}$

لدينا حسب الافتراض : $\boxed{u_n - 1 > 0}$ **(1)**

إذن : $u_n > 1$ و منه : $\boxed{2u_n > 2 > 0}$ **(2)**

$$\frac{u_n - 1}{2u_n} > 0$$

إذن

$$u_{n+1} - 1 > 0$$

يعني : $(\forall n\epsilon\mathbb{N})\ ;\ u_n - 1 > 0$

2-أ

لدينا :
$$v_{n+1} = \frac{u_{n+1} - 1}{2u_{n+1} - 1} = \frac{\frac{3u_n - 1}{2u_n} - 1}{2\left(\frac{3u_n - 1}{2u_n}\right) - 1} = \frac{\frac{u_n - 1}{2u_n}}{\frac{2u_n - 1}{u_n}}$$
$$= \frac{u_n - 1}{2u_n} \times \frac{u_n}{2u_n - 1} = \frac{1}{2}\left(\frac{u_n - 1}{2u_n - 1}\right) = \frac{1}{2}v_n$$

إذن : $(\forall n\epsilon\mathbb{N})\ ;\ v_{n+1} = \frac{1}{2}\ v_n$

و هذا يعني أن المتتالية $(v_n)_{n\epsilon\mathbb{N}}$ هندسية أساسها $\frac{1}{2}$.

إذن حدها العام v_n يكتب على الشكل :

$$v_n = v_0\left(\frac{1}{2}\right)^{n-0} = \left(\frac{u_0 - 1}{2u_0 - 1}\right)\left(\frac{1}{2}\right)^n = \left(\frac{2-1}{2\times 2 - 1}\right)\left(\frac{1}{2}\right)^n$$
$$= \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^n$$

2-ب

لدينا : $(\forall n \epsilon \mathbb{N}) \ ; \ v_n = \dfrac{u_n - 1}{2u_n - 1}$

إذن : $(\forall n \epsilon \mathbb{N}) \ ; \ v_n(2u_n - 1) = (u_n - 1)$

يعني : $(\forall n \epsilon \mathbb{N}) \ ; \ 2v_n u_n - v_n = u_n - 1$

أي : $(\forall n \epsilon \mathbb{N}) \ ; \ u_n(2v_n - 1) = v_n - 1$

يعني : $(\forall n \epsilon \mathbb{N}) \ ; \ u_n = \dfrac{v_n - 1}{2v_n - 1}$

لدينا : $\left(\frac{1}{2}\right)^n$ متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ و هو عدد موجب أصغر من 1 .

إذن : $\lim\limits_{n\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n = 0$ أي : $\lim\limits_{n\infty} \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^n = 0$

يعني : $\lim\limits_{n\infty} v_n = 0$

و منه : $\lim\limits_{n\infty} u_n = \lim\limits_{n\infty} \left(\dfrac{v_n - 1}{2v_n - 1}\right) = \dfrac{0 - 1}{0 - 1} = 1$

و بالتالي : $\lim\limits_{n\infty} u_n = 1$

-3

لتكن $(w_n)_{n\epsilon\mathbb{N}}$ المتتالية المعرفة بما يلي : $(\forall n \epsilon \mathbb{N}) \ ; \ w_n = \ln(u_n)$

$$\lim_{n\infty} w_n = \lim_{n\infty} \ln(u_n) = \ln 1 = 0$$

إذن : $\lim\limits_{n\infty} w_n = 0$

التمرين الخامس:

الجزأ الأول:

-1

ليكن x عددا حقيقيا . لدينا : $g(x) = e^{-x} + x - 1$

إذن : $g'(x) = -e^x + 1$

إذا كان : $x \geq 0$ فإن : $e^x \geq e^0$ يعني : $e^x \geq 1$

و منه : $(\forall x \geq 0) \ ; \ 1 - e^x \leq 0$

إذن : $(\forall x \geq 0) \ ; \ g'(x) \leq 0$

و منه : g دالة تناقصية على المجال $[0; +\infty[$.

إذا كان : $x \leq 0$ فإن : $e^x \leq e^0$ يعني : $e^x \leq 1$

يعني : $(\forall x \leq 0) \ ; \ 1 - e^x \geq 0$

إذن : $(\forall x \leq 0) \ ; \ g'(x) \geq 0$

و منه : g دالة تزايدية على المجال $]-\infty; 0]$.

-2

ليكن x عنصرا من $\mathbb{R}$. لدينا : $g(0) = 0$ و نفصل بين حالتين :

الحالة الأولى : إذا كان $x \geq 0$.

إذن : $g(x) \geq g(0)$ لأن : g دالة تزايدية على المجال $[0; +\infty[$.

و بالتالي : $\boxed{\forall\, x \in [0;+\infty[\ ;\ \ g(x) \geq 0}$ **(1)**

الحالة الثانية : إذا كان $x \leq 0$.

إذن : $g(x) \geq g(0)$ لأن : g دالة تناقصية على المجال $]-\infty;0]$.

و بالتالي : $\boxed{\forall\, x \in]-\infty;0]\ ;\ \ g(x) \geq 0}$ **(2)**

إذن : من النتيجتين (1) و (2) نستنتج أن : $(\forall x\in\mathbb{R})\ ;\ \ g(x) \geq 0$

و منه : $(\forall x\in\mathbb{R})\ ;\ \ e^{-x}+x-1 \geq 0$

يعني : $(\forall x\in\mathbb{R})\ ;\ \ e^{-x}+x \geq 1$.

الجزأ الثاني:

1-

نعلم أن : $(\forall x\in\mathbb{R})\ ;\ \ e^{-x}+x \geq 1$

إذن : $(\forall x\in\mathbb{R})\ ;\ \ e^{-x}+x \neq 0$.

و منه فإن الدالة f معرفة على المجموعة $\mathbb{R}$ كلها .

2-أ

لدينا : $(\forall x\in\mathbb{R})\ ;\ \ \dfrac{x}{x+e^{-x}} = f(x)$

إذن : $(\forall x\in\mathbb{R})\ ;\ \ \dfrac{x}{x\left(1+\dfrac{e^{-x}}{x}\right)} = f(x)$

يعني : $(\forall x\in\mathbb{R})\ ;\ \ \dfrac{1}{\left(1+\dfrac{1}{xe^{x}}\right)} = f(x)$

2-ب

لدينا :
$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} \frac{1}{\left(1+\frac{1}{xe^{x}}\right)} = \frac{1}{\left(1+\frac{1}{0^-}\right)} = \frac{1}{1+(-\infty)} = \frac{1}{-\infty} = 0^- = 0$$

و بالتالي : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 0$

يعني أن المستقيم $(y=0)$ أي محور الأفاصيل مقارب أفقي للمنحنى $(\mathscr{C})$ بجوار $-\infty$.

و لدينا كذلك :
$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} \left(\frac{1}{1+\frac{1}{xe^{x}}}\right) = \left(\frac{1}{1+\frac{1}{+\infty}}\right) = \frac{1}{1+0} = 1$$

إذن : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 1$

يعني أن المستقيم ذو المعادلة $y=1$ مقارب أفقي للمنحنى $(\mathscr{C})$ بجوار $+\infty$.

3-أ

ليكن x عنصرا من $\mathbb{R}$. لدينا : $f(x) = \frac{x}{x+e^{-x}}$

إذن :
$$f'(x) = \frac{(x+e^{-x}) - x(1-e^{-x})}{(x+e^{-x})^2} = \frac{e^{-x}+xe^{-x}}{(x+e^{-x})^2} = \frac{e^{-x}(1+x)}{(x+e^{-x})^2}$$

و بالتالي : $(\forall x \epsilon \mathbb{R})\ ;\ f'(x) = \frac{e^{-x}(1+x)}{(x+e^{-x})^2}$

3-ب

رأينا حسب السؤال I (2 أنه : $(\forall x \epsilon \mathbb{R})\ ;\ e^{-x} + x \geq 1 > 0$

و لدينا كذلك : $(\forall x \epsilon \mathbb{R})\ ;\ e^{-x} \geq 0$.

إذن إشارة $f'(x)$ تتعلق فقط بإشارة $(x+1)$.

- إذا كان : $x = -1$ فإن : $f'(x) = 0$
- إذا كان : $x > -1$ فإن : $f'(x) > 0$
- إذا كان : $x < -1$ فإن : $f'(x) < 0$

نستنتج إذن جدول تغيرات الدالة f كما يلي :

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
f	0	$\searrow$	$\frac{1}{1-e}$	$\nearrow$	1

4-أ

معادلة المماس (Δ) للمنحنى $(\mathscr{C})$ في النقطة ذات الأفصول 0

تكتب على الشكل : $(\Delta)\ :\ y = f'(0)(x-0) + f(0)$

يعني : $(\Delta)\ :\ y = 1(x-0)+0$ إذن : $(\Delta)\ :\ y = x$

4-ب

ليكن x عنصرا من $\mathbb{R}$. لدينا :

$$\frac{xg(x)}{g(x)+1} = \frac{x(e^{-x}+x-1)}{(e^{-x}+x-1)+1} = \frac{xe^{-x}+x^2-x}{e^{-x}+x}$$

$$= \frac{x(e^{-x}+x)}{(e^{-x}+x)} - \frac{x}{e^{-x}+x}$$

$$= x - \frac{x}{e^{-x}+x} = x - f(x)$$

إذن : $(\forall x \epsilon \mathbb{R})\ ;\ \ x - f(x) = \frac{xg(x)}{g(x)+1}$

لدينا حسب السؤال I) 2) : $(\forall x \epsilon \mathbb{R})\ ;\ g(x) \geq 0$

إذن : $\frac{xg(x)}{g(x)+1}$ كمية موجبة كيفما كان x من $\mathbb{R}$.

و بالتالي إشارة الفرق $(x - f(x))$ تتعلق فقط بإشارة x .

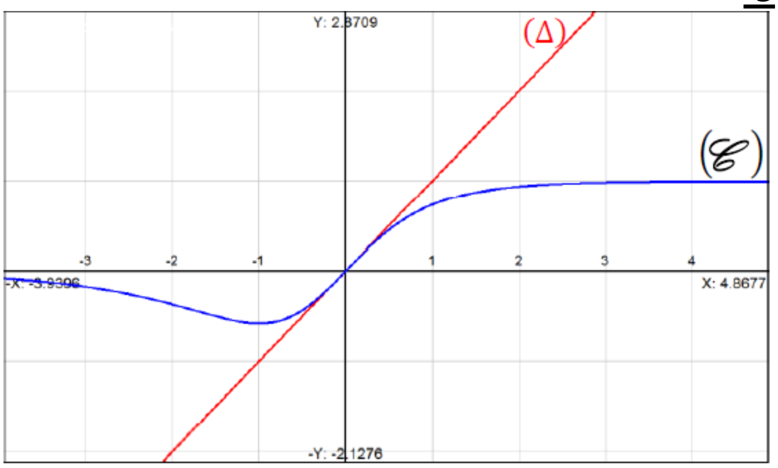
x	$-\infty$	0	$+\infty$
إشارة الفرق $x - f(x)$	$-$	0	$+$

4-ج

يُبَيِّنُ الجدول التالي الوضع النسبي للمنحنى $(\mathscr{C})$ و المستقيم $(\Delta) : y = x$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$x - f(x)$	$-$	0	$+$
الوضع النسبي للمنحنى $(\mathscr{C})$ و المستقيم (Δ)	المنحنى $(\mathscr{C})$ يوجد أسفل المستقيم (Δ)	$(\mathscr{C})$ و (Δ) يتقاطعان في O	المنحنى $(\mathscr{C})$ يوجد فوق المستقيم (Δ)

5-



التمرين السادس:

1-

ليكن x عددا حقيقيا مخالفا للعدد -1

$$(x-1)+\frac{1}{(x+1)}=\frac{(x+1)(x-1)}{(x+1)}+\frac{1}{(x+1)}$$
$$=\frac{x^2-1}{(x+1)}+\frac{1}{(x+1)}=\frac{x^2}{(x+1)}$$

-2

$$\int_0^2\left(\frac{x^2}{x+1}\right)dx=\int_0^2\left((x-1)+\left(\frac{1}{x+1}\right)\right)dx$$
$$=\int_0^2(x-1)dx+\int_0^2\left(\frac{1}{x+1}\right)dx$$
$$=\left[\frac{x^2}{2}-x\right]_0^2+[\ln(x+1)]_0^2$$
$$=(0)+(\ln 3-\ln 1)=\ln 3$$

-3

$$\int_0^2\underbrace{x}_{u'}\underbrace{\ln(x+1)}_{v}\,dx=[uv]-\int uv'$$
$$=\left[\frac{x^2}{2}\ln(x+1)\right]_0^2-\int_0^2\left(\frac{x^2}{2}\right)\left(\frac{1}{x+1}\right)dx$$
$$=2\ln 3-\frac{1}{2}\int_0^2\left(\frac{x^2}{x+1}\right)dx$$
$$=2\ln 3-\frac{1}{2}(\ln 3)=\frac{3}{2}\ln 3$$