

<table border="1"> <tr> <td>الصفحة</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td></td> </tr> </table>	الصفحة	1	4		الإمتحان التجريبي لل بكالوريا CPGE IBN GHAZI Marrakech 21/05/2016	المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية و التكوين المهني الأكاديمية الجهوية للتربية و التكوين مراكش أسفي
الصفحة	1					
4						



10	المعامل	الرياضيات	المادة
4 س	المدة	شعبة العلوم الرياضية	الشعبة

معلومات عامة

- تنظم الأقسام التحضيرية ابن غازي -مراكش- هذا الامتحان التجريبي لفائدة تلاميذ البكالوريا ، إسهاما منها لمساعدتهم على الإستعداد الأمثل للإمتحان الوطني، مع متمنياتنا لهم بالتوفيق.
- لا يسمح باستعمال الآلة الحاسبة ؛
- يمكن للتلميذ إنجاز تمارين اللإمتحان حسب الترتيب الذي يناسبه؛
- عدد الصفحات: صفحات (الصفحة الأولى تتضمن معلومات و الصفحات المتبقية تتضمن تمارين الامتحان)؛
- ينبغي تفادي اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة.

معلومات خاصة

يتكون التمرين من خمس تمارين مستقلة فيما بينها و تتوزع حسب المجالات كما يلي:

النقطة الممنوحة	المجال	التمرين
3.5	الأعداد العقدية	التمرين الأول
3	الحسابيات	التمرين الثاني
3.5	البنىات الجبرية	التمرين الثالث
8	التحليل	التمرين الرابع
2	التحليل	التمرين الخامس

الصفحة	2	الإمتحان التجريبي للباكالوريا-مادة : الرياضيات-شعبة العلوم الرياضية
4		

التمرين الأول: (3.5 ن)

المستوى العقدي منسوب إلى معلم متعامد ممنظم (o, \bar{u}, \bar{v}) .
 نعتبر في C المعادلة التالية : $(E): z^2 - az + (\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}) = 0$. حيث a عدد عقدي .
 ليكن z_1 و z_2 حلي المعادلة (E) . ولتكن النقط M_2, M_1, A صور a و z_1 و z_2 على التوالي

$$I - \text{بين أن : } \begin{cases} \arg(z_1) + \arg(z_2) \equiv \frac{\pi}{3} \quad [2\pi] \\ |z_1||z_2| = 1 \end{cases} \quad 1$$

II - 1- نضع : $z_1 = e^{i\theta}$. حيث θ عدد حقيقي
 أ- استنتج بدلالة θ الشكل المثلثي للعدد العقدي z_2 0.5

ب- بين أن : $a = 2 \cos(\theta - \frac{\pi}{6}) e^{i\frac{\pi}{6}}$ 0.5

2 - نفترض أن : $z_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}(1+i)$

ونعتبر في المستوى التحويل F المرتبط بالنطبيق f المعرف من C نحو C بمايلي :

$$f(z) = (\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i)z$$

أ- حدد طبيعة وعناصر التحويل F 0.5

ب- بين أن : $F(M_1) = M_2$ 0.5

ج- استنتج طبيعة الرباعي OM_1AM_2 0.5

التمرين الثاني: (3 ن)

1- بين أن العدد 251 قاسم أولي للعدد 2008 0.25

2- نعتبر في Z^2 المعادلة : $(E): 2008x + 120y = 8$

أ- بين أن المعادلة (E) تقبل حلا في Z^2 0.25

ب- حدد مجموعة حلول المعادلة (E) 0.5

3- نضع : $(\forall n \in \mathbb{N}^*) \quad u_n = \overbrace{888 \dots 88}^n$ 0.5

أ- بين أن : $(\forall n \in \mathbb{N}^*) \quad u_n = \frac{8}{9}(10^n - 1)$ 0.5

ب- بين أن : $(\forall n \in \mathbb{N}^*) \quad u_n \equiv 0 [2008] \Leftrightarrow 10^n \equiv 1 [251]$ 0.5

ج- بين أن : $(\exists k \in \mathbb{N}). 10^k \equiv 1 [251]$ 0.5

د- استنتج أن العدد 2008 يقبل مضاعفا يكتب في نظمة العد العشري فقط بالرقم 8 0.5

الصفحة	3	الإمتحان التجريبي للبيكالوريا-مادة : الرياضيات-شعبة العلوم الرياضية
4		

التمرين الثالث: (3.5 ن)

لتكن $M_2(\mathbb{R})$ مجموعة المصفوفات المربعة من الرتبة الثانية .

نضع : $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ و $O = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

نعتبر المجموعة : $E = \left\{ M(a,b) = \begin{pmatrix} a & b \\ -2b & a+2b \end{pmatrix} / (a,b) \in \mathbb{R}^2 \right\}$.

1- بين أن $(E,+)$ زمرة تبادلية . **0.5**

2 - بين أن (E,\times) جزء مستقر من $(M_2(\mathbb{R}),\times)$. **0.5**

3- بين أن $(E,+,\times)$ حلقة تبادلية و واحدة . **0.5**

$f: E \rightarrow C$

$M(a,b) \mapsto a + b + ib$

4- نعتبر التطبيق f المعرف بما يلي :

أ- بين أن f تشاكل تقابلي من (E,\times) نحو (C,\times) . **0.5**

ب- بين أن كل مصفوفة $M(a,b)$ من $E - \{O\}$ تقبل مقلوبا في $E - \{O\}$ وحدده . **0.5**

ج- استنتج بنية $(E,+,\times)$. **0.25**

د بين أن : $(\forall n \in \mathbb{N}^*) : (M(0,1))^n = M\left(-2^{\frac{n+1}{2}} \sin\left(\frac{(n-1)\pi}{4}\right), 2^{\frac{n}{2}} \sin\left(\frac{n\pi}{4}\right)\right)$. **0.75**

التمرين الرابع: (8 ن)

$$\begin{cases} f(x) = \frac{-x \ln x}{1+x^2} ; x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

I- نعتبر الدالة f المعرفة على $[0, +\infty[$ بما يلي:

1- (أ) بين أن الدالة f متصلة على المجال $[0, +\infty[$ **0.5**

(ب) أدرس إشارة $f(x)$ على المجال $[0, +\infty[$ **0.25**

2- (أ) بين أن : $(\forall x \in \mathbb{R}_+^*) \quad f\left(\frac{1}{x}\right) = -f(x)$ **0.25**

(ب) بين أن الدالة f قابلة للاشتقاق على المجال $]0, +\infty[$ **0.25**

الصفحة		الإمتحان التجريبي للكالوريا-مادة : الرياضيات-شعبة العلوم الرياضية
4	4	

(ج) بين أن: $f'(\alpha) = 0$ $(\exists \alpha \in]0,1[)$ 0.5

(د) استنتج أن: $f'\left(\frac{1}{\alpha}\right) = 0$ 0.5

II- نعتبر الدالة F المعرفة على المجال $[0, +\infty[$ بما يلي: $F(x) = \int_0^x f(t) dt$

ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة F في معلم متعامد ممنظم.

1- (أ) تحقق أن: $\frac{1}{2} \leq \frac{t^2}{1+t^2} \leq 1$ $(\forall t \in [1, +\infty[)$ 0.5

(ب) بين أن: $F(1) - \frac{1}{2}(\ln x)^2 \leq F(x) \leq F(1) - \frac{1}{4}(\ln x)^2$ $(\forall x \in [1, +\infty[)$ 1

(لاحظ أن: $F(x) = \int_0^1 f(t) dt - \int_1^x \frac{t^2}{1+t^2} \cdot \frac{\ln t}{t} dt$)

(ج) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{F(x)}{x}$ ثم اعط تأويلا هندسيا للنتيجة المحصل عليها. 1

2- (أ) بين أن الدالة F قابلة للاشتقاق على المجال $[0, +\infty[$ ثم أحسب $F'(x)$ 0.5

(ب) ادرس تغيرات الدالة F على المجال $[0, +\infty[$ 0.25

III- 1- (أ) بين أن: $-t \ln t \leq \frac{1}{e}$ $(\forall t \in]0, +\infty[)$ 0.5

(ب) بين أن: $f(t) \leq \frac{1}{e}$ $(\forall t \in [0, +\infty[)$ 0.25

(ج) استنتج أن: $F(x) < x$ $(\forall x \in]0, +\infty[)$ 0.25

الصفحة	2	الإمتحان التجريبي للكالوريا-مادة: الرياضيات-شعبة العلوم الرياضية
4		

2- نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \geq 0}$ المعرفة بما يلي: $u_0 \in]0,1[$ و $(\forall n \in \mathbb{N}) u_{n+1} = F(u_n)$

(أ) بين أن: $(\forall n \in \mathbb{N}) u_n \in]0,1[$ 0.5

(ب) بين أن المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ تناقصية قطعا ثم استنتج أنها متقاربة . 0.5

(ج) حدد $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ 0.5

التمرين الخامس: (2 ن)

نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $[0, +\infty[$ بما يلي: $g(x) = \int_{\sqrt{x}}^1 e^{-t^2} dt$

1- لكل x من \mathbb{R} نضع: $k(x) = \int_1^x e^{-t^2} dt$

(أ) تحقق أنه لكل x من المجال $[0, +\infty[$ لدينا: $g(x) = -k(\sqrt{x})$ 0.25

(ب) بين أن الدالة g متصلة على $[0, +\infty[$ وقابلة للاشتقاق على $]0, +\infty[$ 0.25

(ج) احسب $g'(x)$ لكل x من $]0, +\infty[$ ثم استنتج أن الدالة g تناقصية قطعا على المجال $[0, +\infty[$ 0.5

2- (أ) بين أن: $(\forall x \in \mathbb{R}_+^*) \frac{g(x) - g(0)}{x} < -\frac{1}{2\sqrt{x}} e^{-x}$ 0.5

(ب) استنتج أن الدالة g غير قابلة للاشتقاق على اليمين في 0 و أعط تأويلا هندسيا للنتيجة المحصل عليها. 0.5

انتهى